

Problème 444 – Initiation au problème à trois corps

Niveau : Première (Spécialité Maths) (accessible en Seconde)

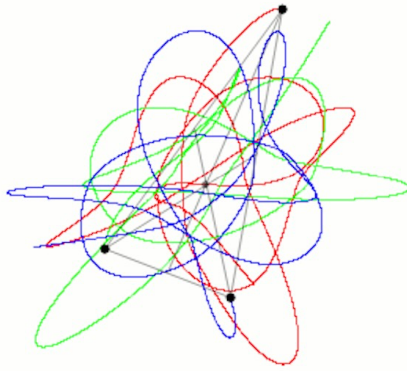
Chapitres : Vecteurs/Configurations géométriques

Inédit, publié le 07/04/2024



Est-ce qu'une civilisation pourrait survivre sur une planète orbitant dans un système à trois soleils au lieu d'un seul ? Cette question, tant d'astronomie que de mécanique, est un des ingrédients de la trilogie à succès « Le Problème à trois corps », de Liu Cixin, qui a donné lieu à une [adaptation en série télévisée](#) en 2024. La question des trajectoires de ces soleils, ou même de trois corps en général, fait aujourd'hui encore l'étude de nombreuses recherches qui demandent un niveau très poussé de mathématiques et de physique (*NB : qui sait, peut-être vous y lancerez-vous ?*). On se propose ici d'en étudier seulement quelques principes de base et leurs conséquences.

Considérons trois soleils qui n'ont pas d'interactions extérieures, et dont les mouvements et les positions sont uniquement régis par les lois de la gravitation. Dans un système à deux soleils, on verrait un soleil orbiter autour de l'autre, mais dans un système à trois soleils, on va observer que leurs trajectoires vont devenir chaotiques, au point où toutes les configurations vont sembler possibles. Une représentation des trajectoires de trois soleils positionnés initialement en trois points distincts, dans le cas simplifié où ils ont même masse et qu'ils n'ont pas de vitesse au départ, peut être visionnée ci-dessous (en animé sur la version en ligne du problème).



Si on appelle A, B, C les positions initiales des soleils de même masse, il apparaît qu'ils vont toujours orbiter autour du centre de gravité du triangle ABC, qui ne bouge pas lorsque les soleils vont se déplacer, selon les lois de conservation en physique. On rappelle qu'en mathématiques, le centre de gravité d'un triangle, qu'on nommera G, est tel que :

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

- 1) a) Soit I le milieu de [AB]. Montrer que $\overrightarrow{CG} = \frac{2}{3} \overrightarrow{CI}$.
- b) En déduire que G est le point concourant des trois médianes du triangle ABC.

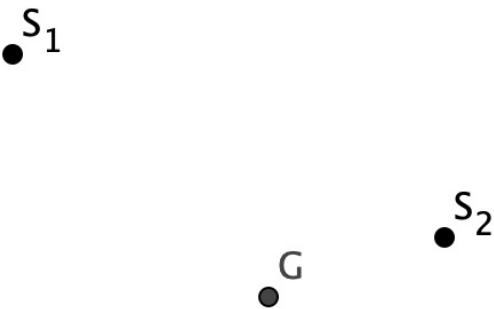
Dans la suite du problème on pourra appeler S_1 , S_2 et S_3 les positions respectives des trois soleils à un instant donné.

- 2) Montrer que si deux soleils sont alignés avec G, alors les trois soleils sont alignés.
- 3) a) Montrer que si un des trois soleils se situe en G, alors il se retrouve au milieu des deux autres soleils.
- b) Montrer que si deux soleils se trouvent en G, alors le troisième s'y trouve aussi. Ce cas est-il réaliste ?
- 4) Sur la figure en **Annexe 1**, deux des soleils en S_1 et S_2 ont été placés, ainsi que G. Placer sur cette figure la position S_3 du troisième soleil.







5) Considérons, comme dans l'ouvrage du « Problème à trois corps », une planète qui se situerait dans ce type de système à trois soleils. On admettra pour simplifier que les trois soleils ont la même masse. Dans l'ouvrage, on dit que la planète traverse une période « stable » que si elle reste autour d'un seul des trois soleils. Autrement, elle rentre dans une ère « chaotique », soit très chaude, soit très froide.

- a) Sur chacun des trois schémas de l'**Annexe 2** contenant un point désignant le centre de gravité G, indiquer une position possible de S_1 , S_2 et S_3 et de la planète (au point P) dans une ère stable, une ère chaotique chaude, puis une ère chaotique froide. Expliquer les positions choisies.
- b) Que nous disent les trajectoires observées des soleils sur la durée de ces ères et sur la pérennité d'une civilisation sur la planète ?

Annexe 1



Annexe 2

 Ère stable	 Ère chaotique chaude	 Ère chaotique froide
		

(1) Source: Wikipedia